

## Занятие 1

### Часть А

1.

На полке в один ряд стоят книги. Энциклопедия стоит пятой слева и семнадцатой справа. Сколько книг на полке?

Ответ. 21 книга.

2.

Двое поделили между собой 7 рублей, причем один из них получил на 3 рубля больше другого. Сколько кому досталось?

Ответ. Одному – 2 рубля, другому – 5 рублей.

3.

Число 2002 "симметричное", т.е. читается одинаково слева-направо и справа-налево. Напишите следующее за ним симметричное число.

Ответ. 2112.

4.

Торговец купил корову за 7 долларов, продал ее за 8, потом вновь купил ту же корову за 9 долларов и опять продал за 10. Какую прибыль он получил?

Ответ. 2 доллара.

5.

Напишите наименьшее 10-значное число, все цифры которого различны.

Ответ. 1023456789.

6.

В коробке 14 белых и 14 чёрных шариков. Какое минимальное количество шариков нужно достать из коробки, чтобы среди них наверняка оказалось 2 черных шарика?

Ответ. 16.

7.

Ученики одного класса съели 95 конфет, причем каждый мальчик съел 3 конфеты, а каждая девочка – 5 конфет. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек, если всего в классе 25 человек?

Ответ. 15 мальчиков и 10 девочек.

8.

После битвы со Змеем Горынычем три богатыря заявили:

Добрыня Никитич: "Змея убил Алеша Попович."

Илья Муромец: "Змея убил Добрыня Никитич."

Алеша Попович: "Змея убил я."

Кто убил змея, если только один из богатырей сказал правду?

Ответ. Добрыня Никитич.

9.

Два поезда, оба длиной 50 м, движутся навстречу друг другу со скоростью 45 км/ч. Сколько времени пройдет от момента, когда встретятся машинисты, до момента, когда встретятся проводники последних вагонов?

Ответ. 4 секунды.

10.

Чему равна сумма  $123456789 + 234567891 + 345678912 + \dots + 912345678$ ?

Ответ. 4999999995.

Часть Б

11.

Произведение двух чисел умножили на их разность. Могло ли получиться 30?

Решение. Могло. Например:  $5 \cdot 2 \cdot (5 - 2) = 30$ .

12.

Ваня, задумав некоторое число, умножил его на 2, затем к результату прибавил 3, после чего получившееся число разделил на 7, а потом, уменьшив частное на 1, сказал, что у него получилось число 2. Определите, какое число задумал Ваня.

Решение. Будем решать задачу с конца. В итоге у Вани получилось 2, значит, перед вычитанием 1 у него было 3. Аналогично перед делением на 7 у него было 21, перед прибавлением 3 – было 18, а перед умножением на 2 – было 9.

Ответ. 9.

13.

Расставьте в квадрате 4×4 одного короля, одного слона и двух ладей так, чтобы они не били друг друга.

Решение. Например, так:

Л			
		Л	
	С		К

14.

Есть 100 комнат и 100 мальчиков, каждый из которых находится в одной из комнат. На двери каждой комнаты написано: "Тут ровно один мальчик". Известно, что среди этих надписей есть ровно три неверные. Докажите, что в одной из комнат находятся три мальчика.

Решение

Решение. Так как из ста надписей ровно 3 неверные, то 97 из них верные. Значит, в этих 97 комнатах по одному мальчику. Тогда в остальных трёх комнатах с неверными надписями всего 3 мальчика. При этом ни в какой из этих трёх комнат не может быть ровно один мальчик, так как иначе надпись на такой комнате будет верной. Трёх мальчиков можно распределить по трём комнатам следующими способами: 3 – 0 – 0, 2 – 1 – 0, 1 – 1 – 1. Последние два варианта не подходят, поэтому в какой-то комнате точно находятся три мальчика.

15.

Можно ли расположить по кругу числа 1, 2, ..., 8 так, чтобы сумма любых трёх рядом стоящих чисел была больше 13?

Решение. Нельзя.

Предположим, что такая расстановка возможна. Рассмотрим все возможные тройки подряд стоящих чисел. Каждое число войдёт ровно в три такие тройки, и в каждой тройке сумма чисел должна быть больше 13, а значит, не меньше 14. Всего троек будет 8, тогда общая сумма чисел в них будет не меньше, чем  $14 \cdot 8 = 112$ . В эту сумму каждое из выписанных чисел входит по три раза. Тогда получается, что сумма чисел от 1 до 8 равна числу, которое не меньше, чем  $112/3 > 37$ . Но  $1 + 2 + \dots + 8 = 8 \cdot 9/2 = 36$ . Противоречие, значит указанной в условии расстановки не существует. 14.