Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $x^4 = (x-12)^2$.

Ответ: -4; 3.

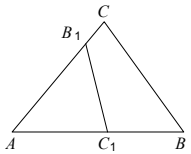
Решение.

1) $x^2 = x - 12$. Тогда получается квадратное уравнение $x^2 - x + 12 = 0$, которое не имеет решений.

2) $x^2 = -(x-12)$. Тогда получается квадратное уравнение $x^2 + x - 12 = 0$. Корни: 3 и -4.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера (например, при вычитании), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	2

20 На сторонах AC и AB треугольника ABC отмечены соответственно точки B_1 и C_1. Известно, что $AB_1 = 12$ см, $B_1C = 3$ см, $AC_1 = 10$ см, $C_1B = 8$ см. Докажите, что треугольники ABC и AB_1C_1 подобны.



Доказательство. Рассмотрим отношения сторон треугольников ABC и AB_1C_1, прилежащих к общему углу A:

$$\frac{AB}{AB_1} = \frac{10+8}{12} = \frac{18}{12} = 1{,}5, \quad \frac{AC}{AC_1} = \frac{12+3}{10} = \frac{15}{10} = 1{,}5.$$

Отсюда $\frac{AB}{AB_1} = \frac{AC}{AC_1}$.

Следовательно, две стороны треугольника ABC пропорциональны соответствующим сторонам треугольника AB_1C_1, а угол A между ними общий. Значит, треугольники ABC и AB_1C_1 подобны.

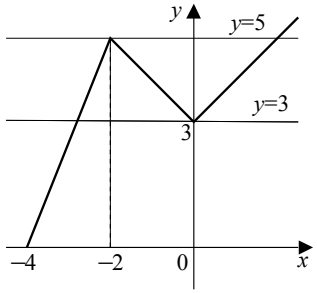
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	3

21 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2{,}5x + 10, \text{если } x < -2, \\ 3 - x, \text{если } -2 \le x < 0, \\ x + 3, \text{если } x \ge 0 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Ответ: См. график; c=3 и c=5.



Решение. График функции состоит из трех участков прямых. Построим их. График имеет ровно две общие точки с прямой $y = c$ при c = 3 или c = 5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, оба значения параметра указаны верно	3
График построен правильно, верно указано только одно значение параметра; или: допущена неточность при построении графика, но оба значения параметра указаны верно	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	3

22 Смешав 70%-ый и 40%-ый растворы кислоты и добавив 15 кг чистой воды, получили 37%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 15 кг воды добавили 15 кг 20%-го раствора той же кислоты, то получили бы 43%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

Ответ: 15.

Решение. Пусть было использовано x кг 70%-го раствора и y кг 40%-го раствора. Тогда масса кислоты в 70%-м растворе равна $0,7x$ кг, а в 40%-м растворе масса кислоты равна $0,4y$ кг. Общая масса раствора после смешивания равна $x+y+15$ кг.

Масса кислоты в новом растворе равна $0,7x+0,4y$ кг. По условию получаем равенство

$$0,7x+0,4y=0,37(x+y+15).$$

В 15 кг 20%-го раствора содержится 3 кг кислоты. Поэтому из второго условия задачи получаем:

$$0,7x+0,4y+3=0,43(x+y+15).$$

Вычитая из второго уравнения первое почленно, находим:

$$3=0,06(x+y+15),$$

откуда $x+y=35$. Пользуясь этим равенством, из первого уравнения получаем:

$0,7x+0,4(35-x)=0,37\cdot 50$, откуда $x=15$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	4
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4

23 Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении $5:4$, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 16 см.

Ответ: 36 см.

Решение. Пусть в треугольнике ABC биссектриса BE делится точкой пересечения биссектрис (точкой O) в отношении $5:4$ считая от вершины B. Так как биссектриса угла треугольника делит противолежащую этому углу сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам, то $\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{EC}$.

Но в силу той же теоремы для треугольника ABE, получим $\frac{AB}{AE}=\frac{BO}{OE}=\frac{5}{4}$.

Значит, $AB=\frac{5}{4}AE$ и $BC=\frac{5}{4}EC$.

Искомый периметр равен

$$AC+\frac{4}{3}AE+\frac{5}{4}EC=AC+\frac{5}{4}AC=\frac{9}{4}AC=36\text{ см}.$$

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не даны объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
Максимальный балл	4