

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант №107

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняют яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задания, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

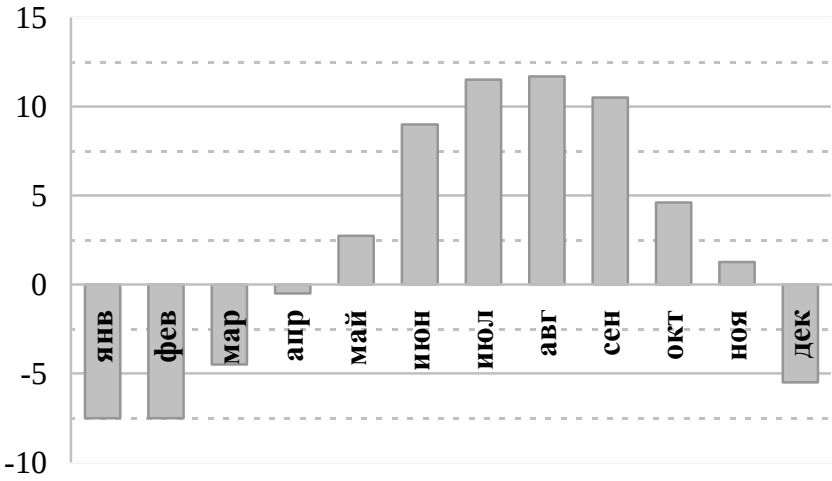
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

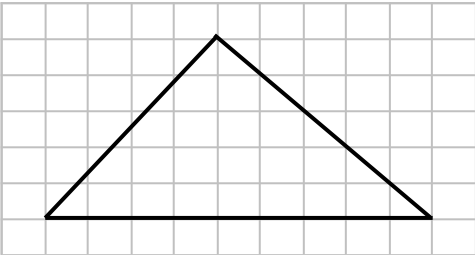
B2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Хабаровске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Хабаровске отрицательна.



B3

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



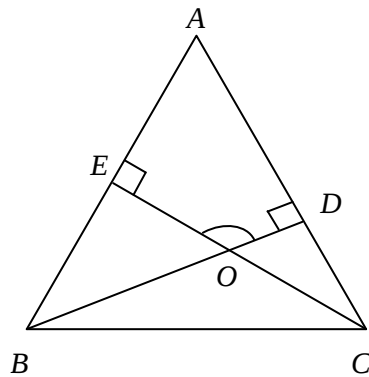
В4 Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	135 руб.	0,3 руб.
«Комбинированный»	255 руб. за 450 мин.	0,13 руб. (сверх 450 мин. в месяц)
«Безлимитный»	380 руб.	—

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонного разговора составляет 650 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 650 минутам? Ответ дайте в рублях.

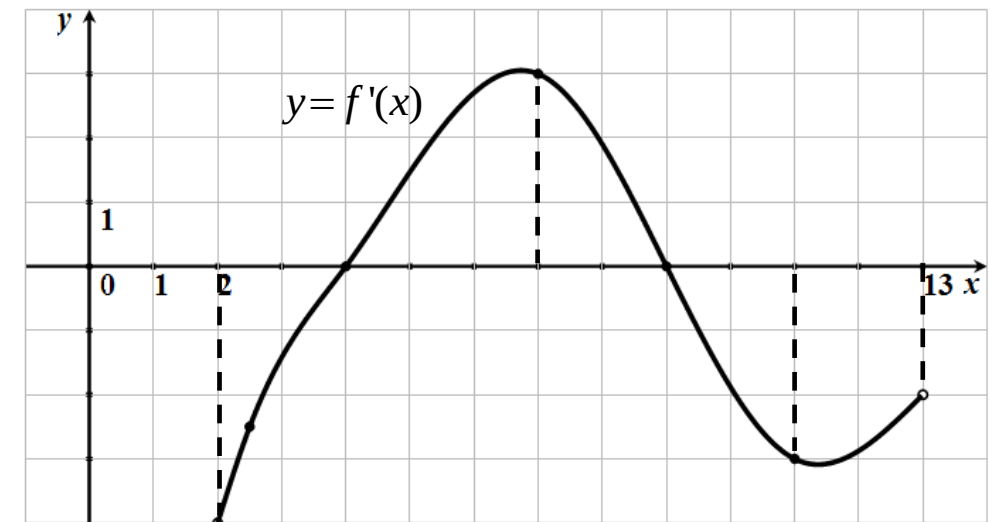
В5 Найдите корень уравнения $\log_5(x+4) = 2$.

В6 В треугольнике ABC угол A равен 56° , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

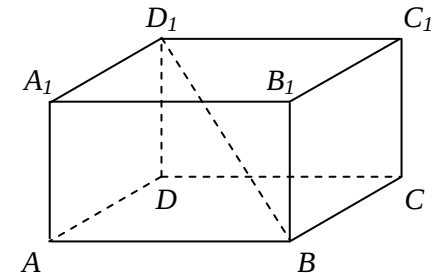


В7 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

В8 На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(2; 13)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



В9 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BB_1 = 9$, $A_1 B_1 = 2$, $A_1 D_1 = 6$. Найдите длину диагонали BD_1 .



В10 В чемпионате по гимнастике участвуют 40 спортсменок: 10 из России, 14 из США, остальные из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

В11 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 12 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

В12 Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 170 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

В13 Заказ на 572 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

В14 Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 5)^2(x + 6) - 8$ на отрезке $[-5, 5; 1]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x + 0,25 = \cos^2 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

C2 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 3. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 1 : 2$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{320 - 4^{-x}}{64 - 2^{-x}} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left(\frac{x-6}{4} \right) \leq 1. \end{cases}$$

C4 В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 7$, $BC = 8$, $AC = 9$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{6}{x} - 2 \right| = ax - 1$$

на промежутке $[0; +\infty)$ имеет более двух корней.

C6 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них смог сходить и в кино и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{3}{13}$ от общего числа учащихся группы, сходивших в театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{7}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) могло ли быть в группе 7 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20.

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составить девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия а) и б).