Ответы к заданиям части 1

№ задания	Ответ
B1	119000
B2	12
B3	12
B4	820
B5	–3
B6	140
B7	2
B8	-0,25
B9	64
B10	0,5
B11	0,3
B12	27,5
B13	10
B14	−7

Ответы к заданиям части 2

№ задания	Ответ
C1	а) $x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$; б) 2π и 3π
C2	$\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{3}$
C3	$\left[\frac{2+\log_3 0{,}875}{5};\ \frac{1}{2}\right)$
C4	$1:15$ или $1:3$
C5	$-9;\ -90$
C6	а) да; б) нет; в) да

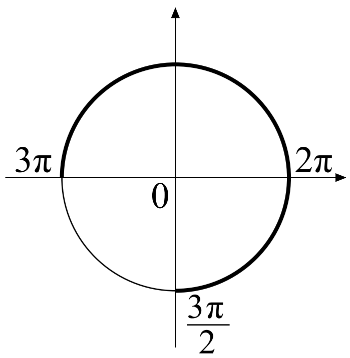
C1

а) Решите уравнение $\left(1+\operatorname{tg}^2 x\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)=1$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

Решение. а) Преобразуем уравнение:

$$\frac{1}{\cos^2 x}\cdot\cos 2x=1;\quad \begin{cases}\cos 2x=\cos^2 x,\\ \cos x\neq 0.\end{cases}$$



Решим полученное уравнение: $2\cos^2 x-1=\cos^2 x$; $\cos^2 x=1$; $x=\pi k,\ k\in$ ¢ .

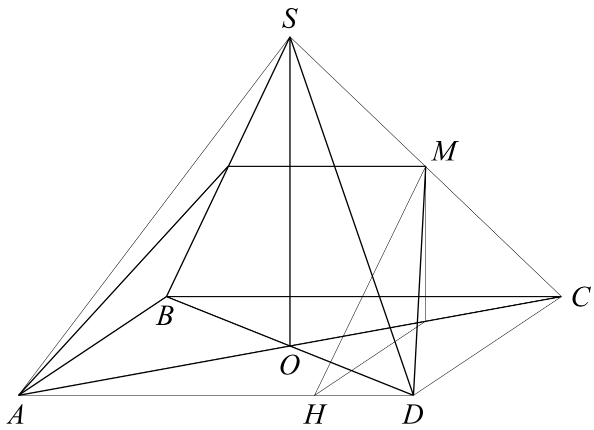
б) Отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2};3\pi\right]$ принадлежат корни 2π и 3π.

Ответ: а) $x=\pi k,\ k\in$ ¢ ; б) 2π и 3π.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С1
2	Уравнение решено верно, указаны все корни, принадлежащие отрезку
1	Уравнение решено верно, однако корни, принадлежащие отрезку, не указаны или указаны неверно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S все ребра равны между собой. Точка M – середина ребра SC. Найдите угол между плоскостью ADM и плоскостью основания.

Решение. Проведем из точки M перпендикуляры MP к плоскости основания и MH к ребру AD. Прямая PH перпендикулярна AD, так как $MH \perp AD$ и $MP \perp AD$. Значит, угол MHP – линейный угол искомого угла.



Длина MP равна половине высоты пирамиды SO, которую найдем из треугольника SOD. Приняв длину ребра за a, получаем:

$$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Длина HP равна $\frac{3}{4}a$.

Следовательно, $\operatorname{tg} MHP = \frac{MP}{HP} = \frac{a\sqrt{2}}{4} : \frac{3}{4}a = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С2
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

C3 Решите систему:

$$\begin{cases} 243^x - 3^{5x-2} \ge 7, \\ \log_{x+1}\left(4x^2-4x+1\right)\cdot\log_{1-2x}\left(6x+6\right) \ge 2. \end{cases}$$

Решение. Решим первое неравенство:

$$3^{5x}-3^{5x-2}\ge 7;\quad 3^{5x-2}\left(9-1\right)\ge 7;\quad 5x-2\ge\log_3\frac{7}{8};\quad x\ge\frac{2+\log_3 0{,}875}{5}.$$

Решим второе неравенство:

$$\log_{x+1}\left(2x-1\right)^2\cdot\log_{1-2x}\left(6x+6\right)\ge 2.$$

Переходя в первом логарифме к основанию $1-2x$, а во втором – к основанию $x+1$, получаем:

$$\log_{1-2x}\left(1-2x\right)^2\cdot\log_{x+1}\left(6x+6\right)\ge 2;$$

$$\log_{1-2x}\left(1-2x\right)^2\cdot\left(\log_{x+1}6+\log_{x+1}\left(x+1\right)\right)\ge 2.$$

При условиях $1-2x>0$ и $1-2x\ne 1$ находим:

$$2\left(\log_{x+1}6+1\right)\ge 2;\quad \log_{x+1}6\ge 0;\qquad x+1>1;\qquad x>0.$$

Следовательно, $0<x<\frac{1}{2}$.

Решением системы является общая часть решений двух неравенств. Сравним числа $\frac{2+\log_3 0{,}875}{5}$ и $\frac{1}{2}$. Поскольку $\log_3\frac{7}{8}<0$, получаем: $\frac{2+\log_3 0{,}875}{5}<\frac{2}{5}<\frac{1}{2}$. Следовательно,

$\frac{2+\log_3 0{,}875}{5}\le x<\frac{1}{2}$.

Ответ: $\left[\frac{2+\log_3 0{,}875}{5};\ \frac{1}{2}\right)$.

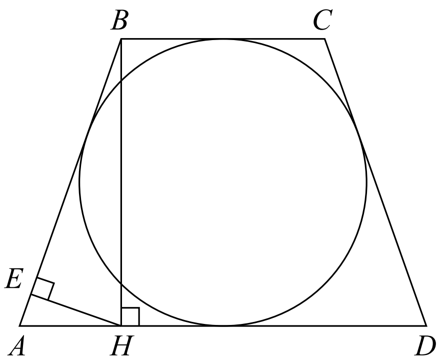
Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С3
3	Обосновано получен верный ответ
2	Оба неравенства системы решены верно, но система решена неверно
1	Либо верно решено только одно из двух неравенств системы, либо в решениях обоих неравенств содержатся арифметические ошибки
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
3	*Максимальный балл*

C4 В описанной около окружности равнобокой трапеции основания относятся как $3:5$. Из вершины меньшего основания опущена высота на большее основание; точка H — основание высоты. Из точки H опущен перпендикуляр HE на боковую сторону трапеции. В каком отношении точка E делит боковую сторону?

Решение. Пусть из вершины B трапеции $ABCD$ опущена высота BH на основание AD. Пусть основания равны $AD = 5x$ и $BC = 3x$.

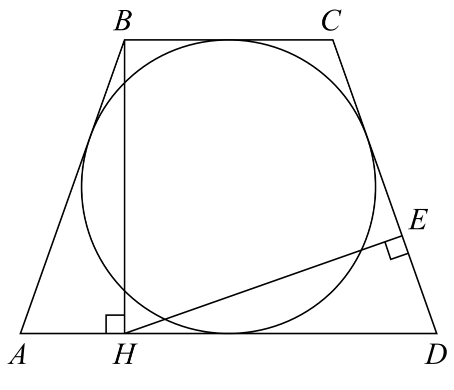
$$AH = \frac{AD - BC}{2} = x, \text{ а } DH = \frac{AD + BC}{2} = 4x.$$

Суммы противоположных сторон трапеции равны, поэтому AB также равняется $\frac{AD + BC}{2} = 4x$.



1 случай: точка E лежит на стороне AB. Катет прямоугольного треугольника равен среднему геометрическому между гипотенузой и своей проекцией на гипотенузу: $AH^2 = AE \cdot AB$, откуда $AE = \frac{AH^2}{AB} = \frac{1}{4}x$. Следовательно,

$$BE = AB - AE = \frac{15}{4}x, \text{ и } AE : BE = 1:15.$$



2 случай: точка E лежит на стороне CD. По гипотенузе и острому углу $\Delta DEH = \Delta AHB$. Поэтому $DE = AH = x$, а $CE = CD - DE = 3x$, откуда

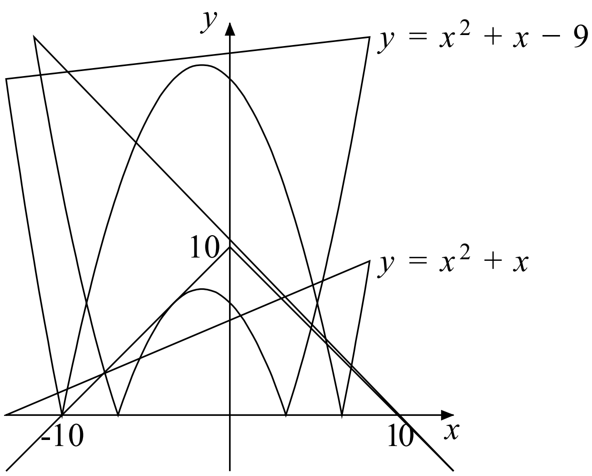
$$DE : CE = 1:3.$$

Ответ: $1:15$ или $1:3$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С4
3	Обосновано получен верный ответ
2	Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины
1	Рассмотрена хотя бы одна геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
3	*Максимальный балл*

C5 При каких a уравнение $|x^2+x+a|+|x|=10$ имеет ровно три корня?

Решение. Запишем уравнение в виде $|x^2+x+a|=10-|x|$. Построим графики функций $y=|x^2+x+a|$ и $y=10-|x|$. Из рисунка видно, что подходящих значений a ровно два — при одном из них график левой части проходит через точку $(-10;\,0)$, при втором — касается прямой $y=x+10$. В первом случае $a=-90$, во втором уравнение $-x^2-x-a=10+x$ имеет единственный корень. Приравнивая дискриминант к нулю, находим: $a=-9$.



Ответ: $-9;\,-90$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания С5
4	Обосновано получен верный ответ
3	Получен верный ответ, но он недостаточно обоснован, или в обосновании содержатся мелкие неточности
2	Ход решения в целом верен, но полученный ответ отличается от верного конечным числом значений параметра
1	Решение содержит верную геометрическую интерпретацию задачи или верный переход к равносильной системе без модулей, дальнейшие содержательные продвижения отсутствуют
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
4	*Максимальный балл*

С6 Числа от 1 до 10 записаны в строчку в некотором порядке. Всегда ли можно вычеркнуть несколько чисел так, чтобы осталось:

а) три числа в порядке возрастания или в порядке убывания?

б) пять чисел в порядке возрастание или в порядке убывания?

в) четыре числа в порядке возрастания или в порядке убывания?

Решение. а) Да, всегда. Если 1 и 10 стоят не подряд, то они вместе с любым числом между ними дают нужную тройку. Если 1 и 10 стоят подряд, то либо перед ними, либо после них есть пара чисел. Добавляя к ней либо 1 либо 10 получим требуемое.

б) Если числа стоят, например, в порядке 7, 6, 8, 4, 10, 1, 2, 5, 3, 9, то выбрать нельзя. В самом деле, возрастающая последовательность из пяти чисел не может содержать более чем по одному числу из каждого из наборов $(7,6,4,1)$, $(8,5,3)$, $(10,9)$ и (2). Аналогично убывающая последовательность из пяти чисел не может содержать более чем по одному числу из каждого из наборов $(7,8,10)$, $(1,2,3,9)$, $(4,5)$ и (6).

в) Да, всегда. Запишем над каждым числом пару чисел $(a,\ b)$, где a – длина наибольшей возрастающей последовательности, начинающейся с этого числа, b – длина наибольшей убывающей. Все пары $(a,\ b)$ различны (если, например, первое число левее и меньше второго, то можно взять возрастающую последовательность со второго и удлинить ее первым числом, аналогично разбираются остальные варианты). Но пар из чисел от 1 до 3 всего 9 штук, а чисел 10, поэтому в каких-то парах попадутся числа, не меньшие четырех.

Ответ: а) да; б) нет; в) да.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания C6
4	Верно решены все три пункта
3	Верно решены два пункта: а) и б) или б) и в)
2	Верно решены два пункта: а) и в) или один пункт б)
1	Верно решен только один из пунктов: а) или в)
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
4	*Максимальный балл*